

Clasa a VI-a

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Notă: orice rezolvare corectă, alta decât în baremul de mai jos, se punctează;

1. a) $4x + 503y = 2012$.

$$503y \leq 2012, \text{ deci } y \in \{ 0; 1; 2; 3; 4 \} \quad (1p)$$

$$\text{Deoarece } 4 / y, \text{ avem doar } y \in \{ 0; 4 \} \quad (1p)$$

$$(x, y) \in \{ (503, 0); (0, 4) \} \quad (1p)$$

b) $2^{2013} \cdot 5^{2012} + 2012 = 2 \cdot 10^{2012} + 2012 = \underbrace{2000\dots00}_{2012 \text{ cifre}} + 2012 \quad (1p)$

$$= \underbrace{2000\dots00}_{2008 \text{ cifre}} 2012; \text{ nu e pătrat perfect (ultima cifră este 2)}. \quad (1p)$$

$$4^{1006} \cdot 5^{2013} + 1 = 2^{2012} \cdot 5^{2013} + 1 = \underbrace{5000\dots00}_{2011 \text{ cifre}} 1 \quad (0,5p)$$

$$\text{Numărul este divizibil cu 3 și nu este divizibil cu 9}; \quad (1p)$$

$$\text{Numărul nu e pătrat perfect}. \quad (0,5p)$$

2. a) $x = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2011} - \frac{1}{2012} \quad (0,5p);$

$$x = \frac{2011}{2012} \quad (0,5p) \quad y = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{2011}{2012} \quad (0,5p); \quad y = \frac{1}{2012} \quad (0,5p);$$

$$M_a = \frac{1}{2} = 0,5. \quad (0,5p)$$

b) $n = 70! \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{70} \right)$

$$n = 70! \cdot \frac{1}{1} + 70! \cdot \frac{1}{2} + 70! \cdot \frac{1}{3} + \dots + 70! \cdot \frac{1}{70} \quad (0,5p)$$

$$\text{Deoarece } k / 70!, \text{ pentru orice } k \in \{ 1; 2; 3; \dots; 70 \}, \text{ avem } 70! \cdot \frac{1}{k} \in \mathbf{N}, \quad (1p)$$

$$\text{Deci } n \text{ este număr natural}. \quad (0,5p)$$

$$n = 70! \cdot \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{70} \right) + 70! \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{69} \right) + \dots + 70! \cdot \left(\frac{1}{35} + \frac{1}{36} \right); \quad (1p);$$

$$(0,5p)$$

$$n = 71 \cdot a; \text{ cu } a = 70! \cdot \frac{1}{1 \cdot 70} + 70! \cdot \frac{1}{2 \cdot 69} + \dots + 70! \cdot \frac{1}{35 \cdot 36} \text{ și } a \in \mathbf{N}. \quad (0,5\text{p})$$

Deci n se divide cu 71. (0,5p)

3. $m(\sphericalangle AOD) = 110^\circ;$ (1p)

Fie $[OM]$ bisectoarea $\sphericalangle AOD$, deci $m(\sphericalangle AOM) = m(\sphericalangle DOM) = 55^\circ;$ (1p)

Fie $[ON]$ bisectoarea $\sphericalangle BOC$, deci $m(\sphericalangle CON) = m(\sphericalangle BON);$ (1p)

$m(\sphericalangle NOM) = 70^\circ$, deci $m(\sphericalangle DON) = 15^\circ;$ (1p)

$m(\sphericalangle CON) = 35^\circ;$ (1p)

$m(\sphericalangle BOC) = 2 m(\sphericalangle CON) = 70^\circ;$ (1p)

$m(\sphericalangle AOB) = 160^\circ;$ (1p)

4. $MN = 2012\text{dm} = 201,2 \text{ m};$ (1p)

$AB + BC = AC \Rightarrow \overline{ab6} = 2^x \cdot \overline{aa} + 2^y \cdot \overline{bb};$ (1p)

$\overline{ab6} = 2^x \cdot 11a + 2^y \cdot 11b;$ (1p)

$\overline{ab6} = 11 \cdot (2^x \cdot a + 2^y \cdot b) \Rightarrow 11 \mid \overline{ab6}$ (1p)

$AC < MN \Rightarrow \overline{ab6} \leq 201$, deci $a = 1 \Rightarrow b = 7.$ (1p)

Ecuția devine: $2^x + 2^y \cdot 7 = 16$ cu soluția $x=1$ și $y=1.$ (1p)

Deci, $AB = 22\text{dm}.$ (1p)